



MATEMÁTICA

16. Sendo x e y números reais, quais das afirmações são sempre verdadeiras?

I. Se $x > y$ então $-x > -y$.

II. Se $|x| = -x$ então $x < 0$.

III. Se $0 < x < y$ então $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$.

IV. Se $x^2 \geq 9$ então $x \geq 3$.

V. $x^2 - 2x + y^2 > 0$.

- A) somente I e II
 B) somente II e IV
 C) somente II e III
 D) todas
 E) somente I e III

Resolução da questão:

I – Falsa. Faça $x = 3$ e $y = 2$

II – Verdadeira. Considerando como definição de

módulo: $|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

III – Verdadeira.

IV – Falsa. $x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x \leq -3$ ou $x \geq 3$

V – Falsa. Faça $x = 1$ e $y = 0$

Comentário da questão:

Cobram-se aqui: Aplicação de conceitos de matemática básica e resolução de inequações.

17. Dois ângulos complementares A e B, sendo $A < B$, têm medidas na razão de 13 para 17. Conseqüentemente, a razão da medida do suplemento do ângulo A para o suplemento do ângulo B vale:

- A) $\frac{43}{47}$
 B) $\frac{17}{13}$
 C) $\frac{13}{17}$
 D) $\frac{119}{48}$
 E) $\frac{47}{43}$

Resolução da questão

$A = x$ e $B = 90 - x$

Logo:

$$\frac{x}{90 - x} = \frac{13}{17} \Rightarrow x = 39$$

Então:

$A = 39 \rightarrow$ suplemento 141

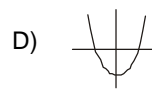
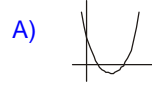
$B = 51 \rightarrow$ suplemento 129

Portanto: $\frac{141}{129} = \frac{47}{43}$

Comentário da questão:

Questão que cobrou conhecimento de razão e proporção, combinados com conceitos de complemento e suplemento de ângulos.

18. Sejam $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = x - 1$ duas funções definidas em \mathbb{R} . Qual dos gráficos melhor representa $f(g(x))$?



Resolução da questão:

$$f(g(x)) = (x - 1)^2 - 2(x - 1)$$

$$f(g(x)) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow \text{Raízes: } 1 \text{ ou } 3$$

Comentário da questão:

O assunto composição de funções, abordado nesta questão, requer a interpretação da função dos gráficos apresentados.

19. O conjunto domínio de $f(x) = \arcsen(2x - 3)$ está contido no intervalo:

A) $[2/3, 3/4]$

B) $[-1, 1]$

C) $[0, 1]$

D) $[1, 2]$

E) $[-1/2, 3/2]$

Resolução da questão:

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 1$$

$$2 \leq 2x \leq 4$$

$$1 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [1, 2]$$

Comentário da questão:

Ainda que o assunto principal seja, domínio de funções havia a necessidade do conhecimento de aspectos da trigonometria para a resolução da questão.

20. Um balão viaja a uma altitude de cruzeiro de 6 600 m. Para atingir esta altitude, ele ascende 1000 m na primeira hora e, em cada hora seguinte, sobe uma altura 50 m menor que a anterior.

Quantas horas leva o balonista para atingir a altitude de vôo?

- A) 112 horas
- B) 33 horas
- C) 8 horas
- D) 20 horas
- E) 21 horas

Resolução da questão:

PA: 1000, 950, 900, ...

$$a_n = a_1 + (n-1).r = 1000 + (n-1).(-50) \Rightarrow a_n = 1050 - 50n$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} = 6600$$

$$\frac{(1000 + 1050 - 50n).n}{2} = 6600$$

$$n^2 - 41n + 264 = 0 \Rightarrow n = 8 \text{ ou } n = 33$$

$$n = 8 \Rightarrow a_8 = 650 \text{ (serve)}$$

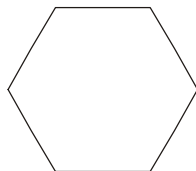
$$n = 33 \Rightarrow a_{33} = -600 \text{ (não serve)}$$

Comentário da questão:

Para solucionar a questão, bastava que o candidato aplicasse a fórmula da soma de progressão aritmética.

21. Se três vértices de um hexágono regular forem selecionados ao acaso, então a probabilidade que estes três vértices formem um triângulo isósceles (que pode ser equilátero) é de:

- A) 1/2
- B) 2/5
- C) 1/3
- D) 1/6
- E) 3/5



Resolução da questão:

$$\text{Total de triângulos: } C_6^3 = 20$$

Triângulos Isósceles: 6

Triângulos Equiláteros: 2

$$\text{Logo: } 6 + 2 = 8$$

$$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Comentário da questão:

Esta questão exigia a aplicação de combinatória, geometria elementar e probabilidades para que o candidato chegasse à resposta correta.

22. Sejam “ x_1 ” e “ x_2 ” números reais, zeros da equação $(2-k)x^2 + 4kx + k + 1 = 0$.

Se $x_1 > 0$ e $x_2 < 0$, deve-se ter:

- A) $k > 0$
- B) $0 < k < 3$
- C) $k < -1$ ou $k > 2$
- D) $-1 < k < 2$
- E) $k > 2$

Resolução da questão:

$$x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{2-k} < 0 \Rightarrow k < -1 \text{ ou } k > 2$$

Comentário da questão:

Nesta questão, foram cobradas aplicações das relações entre coeficientes e raízes reais de uma equação do segundo grau.

23. As raízes da equação $x^{1-\log x} = 0,01$ estão contidas no intervalo:

- A) [0, 200]
- B) [2, 20]
- C) [10, 10000]
- D) [0, 10]
- E) [-10, 50]

Resolução da questão:

$$\log x^{1-\log x} = \log 0,01$$

$$(1-\log x). \log x = \log 0,01$$

Faça $\log x = y$, então

$$(1-y).y = -2$$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

Raízes $y = -1$ e $y = 2$

Portanto

$$\log x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{10} \text{ e } \log x = 2 \Rightarrow x = 100$$

$$S = \left\{ \frac{1}{10}, 100 \right\} \in [0, 200]$$

Comentário da questão:

Estudo de equações exponenciais, necessitando aplicação de logaritmos e propriedades

24. Sendo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, o valor de x para que o

determinante da matriz $\begin{pmatrix} \cos x & \cos x & 1 \\ \tan x & \sin x & 1 \\ \sin x & \cos x & 1 \end{pmatrix}$ seja

nulo é:

- A) $\frac{\pi}{2}$
 B) $\frac{\pi}{3}$
 C) $\frac{\pi}{6}$
 D) $\frac{\pi}{4}$
 E) π

Resolução da questão:

$$\sin x \cos x + \tan x \cos x + \sin x \cos x - \sin^2 x - \cos^2 x - \tan x \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x - 1 = 0$$

$$\sin 2x = 1$$

$$2x + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

Comentário da questão:

A mescla de funções trigonométricas com determinantes é questão tradicional nos provas da PUC. A questão foi bem elaborada, pois utilizou as relações trigonométricas mais importantes e mesclou-as com equações trigonométricas.

25. Um quadrado mágico é um arranjo quadrado de números tais que a soma dos números em cada fila (linha ou coluna) e nas duas diagonais é o mesmo.

Os nove números $n, n + 3, n + 6, \dots, n + 24$, em que n é um número inteiro positivo, podem ser usados para construir um quadrado mágico de três por três. A soma dos números de uma fila deste quadrado vale:

- A) $3n + 6$
 B) $3n + 36$
 C) $3n$
 D) $3n + 24$
 E) $3n + 12$

Resolução da questão:

A soma dos 9 termos é a soma de uma P.A.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(n + n + 24) \cdot 9}{2} = 9n + 108$$

A soma dos números de uma fila é a terça parte de

$$S_n = \frac{9n + 108}{3} = 3n + 36$$

Comentário da questão:

A questão exigia a aplicação de raciocínio lógico com progressões aritméticas.

26. Se o polinômio $x^4 + px^2 + q$ é divisível pelo polinômio $x^2 - 6x + 5$, então $p + q$ vale:

- A) -1
 B) 3
 C) 5
 D) -4
 E) 10

Resolução da questão:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \text{Raízes: } 1 \text{ e } 5$$

$$p/x = 1 \Rightarrow (1)^4 + p(1)^2 + q = 0 \Rightarrow p + q = -1$$

Comentário da questão:

Aplicações de polinômios e envolvendo teorema do resto.

27. A área da região plana compreendida entre $x^2 + y^2 \leq 9$ e $|x| + |y| \geq 3$ é igual a:

- A) $9(\pi + 2)$
 B) $9(\pi - 2)$
 C) $3(2\pi - 3)$
 D) $4(3\pi - 5)$
 E) $4(2\pi - 5)$

Resolução da questão:

$$S_t = 4 \cdot S_1$$

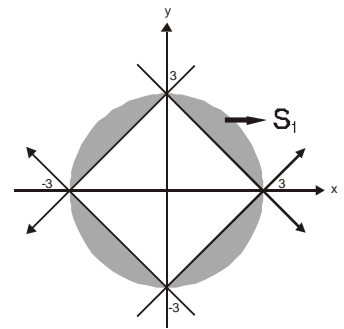
$$S_T = 4 \cdot \left(\frac{S_c}{4} - S_T \right)$$

$$S_T = 4 \left(\frac{\pi \cdot 3^2}{4} - \frac{3 \cdot 3}{2} \right)$$

$$S_T = 4 \left(\frac{9\pi}{4} - \frac{9}{2} \right)$$

$$S_T = 9\pi - 2 \cdot 9$$

$$S_T = 9(\pi - 2)$$



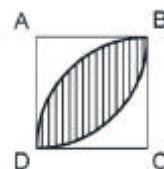
Comentário da questão:

A interseção de áreas foi cobrada nesta questão, que exigia bons conhecimentos de inequações na sua resolução.

28. No quadrado ABCD de lado 2, traçam-se dois arcos com centro nos vértices A e C e raio igual ao lado do quadrado.

A área delimitada por estes dois arcos é:

- A) $(\pi - 1)$
 B) $(\pi - 4)$
 C) $2(\pi - 1)$
 D) $(\pi - 2)$
 E) $2(\pi - 2)$



Resolução da questão:

$$S_p = 2 \cdot \left(\frac{S_c}{4} - S_{\Delta} \right)$$

$$S_p = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 4}{4} - \frac{2 \cdot 2}{2} \right)$$

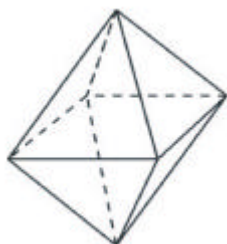
$$S_p = 2 \cdot (\pi - 2)$$

Comentário da questão:

Questão envolvendo cálculo de áreas e áreas hachuradas.

29. Um garimpeiro encontrou um diamante bruto, com a forma de um cristal octaédrico perfeito, que pesou 1,031 quilates, com volume $0,009 \sqrt{2} \text{ cm}^3$. A aresta deste cristal mediu:

- A) 0,2 cm
- B) 0,5 cm
- C) 0,4 cm
- D) 0,3 cm
- E) 0,6 cm

**Resolução da questão:**

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$$

$$0,009 \cdot \sqrt{2} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$$

$$a = 0,3 \text{ cm}$$

Comentário da questão:

Tal questão cobrou do aluno o cálculo direto do volume do octaedro.

30. Dadas três retas paralelas não situadas no mesmo plano, toma-se sobre uma delas um comprimento AB dado e, arbitrariamente, um ponto C sobre a segunda reta e um ponto D sobre a terceira reta. A respeito do volume da pirâmide triangular ABCD, podemos afirmar que é diretamente proporcional a:

- A) AD
- B) AC
- C) AB
- D) BC
- E) BD

Resolução da questão:

Nesta situação o único valor que pode variar é a medida AB, logo, o volume será proporcional ao segmento AB.

Comentário da questão:

Visão especial e proporcionalidade.

Comentário geral:

A prova de Matemática da PUC-PR seguiu o padrão das provas dos anos anteriores, mantendo o grau de dificuldade das questões. Com relação aos conteúdos, não foram contemplados assuntos importantes do programa, apesar de questões bem elaboradas, como, por exemplo, a do quadrado mágico.